

## Syllabus delle conoscenze richieste TOLC-B MATEMATICA DI BASE

Il modulo *Matematica di base* intende mettere alla prova la preparazione di base dello studente, richiesta per tutti i corsi di laurea dell'area scientifica, anche quelli che utilizzano relativamente meno la matematica. Lo stesso modulo si trova in entrambi i test TOLC-S e TOLC-B, in quanto esso fornisce indicazioni importanti per tutti i corsi di laurea suddetti. Occorre però avere ben presente che le conoscenze e le competenze matematiche che vengono messe alla prova in questo modulo sono soltanto una parte di quelle che è bene avere all'ingresso di corsi di laurea come quelli in Matematica o in Fisica. Si suggerisce pertanto a chi è interessato a tali corsi di leggere il [Quadro di Riferimento per la Matematica](#) che si trova sul sito del progetto Orientazione e che fornisce un'indicazione più completa della preparazione che può essere utile.

Per rispondere ai quesiti che si trovano in questo modulo occorre comprendere il testo delle domande e delle risposte e ragionare sulle informazioni fornite, utilizzando conoscenze matematiche che sono comprese fra quelle indicate per i primi tre o quattro anni dei curricula di tutte le scuole secondarie di II grado. Le conoscenze specifiche richieste sono raccolte in sei *nuclei tematici*. Le capacità generali di comprensione, rappresentazione, ragionamento, modellizzazione e soluzione di problemi sono descritte in tre ulteriori *nuclei trasversali*. I quesiti sono costruiti in modo che non sia necessaria la calcolatrice, il cui uso non è consentito durante lo svolgimento del test. Si segnala che in un singolo quesito si possono incontrare concetti che sono indicati nel syllabus in più nuclei tematici. I termini e i simboli che vengono utilizzati variano tra quelli di più frequente uso nella scuola e nelle prime lezioni universitarie.

Per ogni nucleo sono descritte abilità e capacità di operare con i concetti che sono utili per rispondere ai quesiti, collegandoli opportunamente tra di loro. Nel [Quadro di Riferimento per la Matematica](#), elaborato dal Progetto Orientazione si può trovare una descrizione più dettagliata degli argomenti e delle abilità indicate nel syllabus, inseriti in una cornice più ampia e corredati da diversi esempi di questioni e di esercizi che possono essere utili agli studenti per valutare ed eventualmente migliorare la propria preparazione. A tali fini può essere utile anche il [Quadro di Riferimento di Logica, ragionamento e problemi](#) per l'area tematica *Ragionamento, Problemi, Comprensione del testo non continuo e misto*.

Commented [DR1]: Proposta di modifica per fare riferimento in modo più diretto a come lo si trova sul sito di Orientazione

### **Numeri**

*Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre operare con i numeri, con sicurezza e flessibilità, utilizzando diverse rappresentazioni dei numeri stessi e scegliendo quelle che sono di volta in volta più comode a seconda dei casi e degli obiettivi. Nel test non è consentito l'uso della calcolatrice, che non è mai necessaria per rispondere ai quesiti; invece è utile saper fare semplici calcoli a mente, aiutando eventualmente la memoria di lavoro con carta e matita per eseguire algoritmi elementari e per annotare risultati parziali. Tra diverse procedure equivalenti per svolgere i calcoli è importante scegliere quelle più efficienti e più semplici; a questo fine occorre conoscere e coordinare tra loro il significato e le proprietà delle operazioni e dell'ordinamento. La capacità di fare stime, oltre che essere utile di per sé, consente di valutare rapidamente la plausibilità del risultato dei calcoli e quindi fornisce un utile strumento di controllo.*

- Operazioni di addizione e moltiplicazione tra numeri interi, frazioni, numeri decimali. Ordinamento. Proprietà delle operazioni e dell'ordinamento. Sottrazione e divisione. Concetto di numero razionale. Rappresentazioni dei numeri su una linea. Numeri reali.

- Divisione con resto tra numeri interi. Divisori e multipli di un numero intero; divisore comune più grande (MCD) e multiplo comune più piccolo (mcm) di due o più numeri interi positivi.
- Elevamento a potenza intera di un numero e proprietà delle potenze. Radice intera positiva di un numero positivo. Potenza con esponente razionale di un numero positivo.
- Stime e approssimazioni. **Percentuali**. Calcolo e trasformazione di semplici espressioni.

**Commented [DR2]:** Qui o nel primo punto (dopo "numeri decimali" o dopo "Concetto di numero razionale")

### Algebra

*Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre operare con espressioni letterali e trasformarle opportunamente a seconda degli obiettivi. Occorre inoltre trasformare le equazioni date in modo da ottenere equazioni equivalenti che si possono risolvere più facilmente o dalle quali si possono comunque ottenere le informazioni che interessano sulle soluzioni. La medesima considerazione vale per disequazioni e sistemi. La conoscenza di semplici procedure e algoritmi è importante ma è molto importante riconoscere alcune semplici strutture che le espressioni possono avere, vederne le proprietà e di conseguenza scegliere una strategia di operazioni efficace. Ci si aspetta inoltre che uno studente sappia utilizzare l'algebra come strumento per rappresentare ed elaborare idee o informazioni, e così modellizzare e affrontare problemi in diversi contesti. In particolare, per rispondere ad alcuni tipi di quesiti occorre tradurre il problema e le informazioni che sono fornite dal testo in una equazione (o disequazione o sistema); occorre poi trasformare ed eventualmente risolvere l'equazione e infine occorre interpretare in termini del problema iniziale il significato delle operazioni algebriche che sono state fatte.*

- Espressioni letterali: manipolazione e valutazione.
- Concetto di soluzione e di "insieme delle soluzioni" di un'equazione, di una disequazione, di un sistema di equazioni e/o disequazioni. Equazioni e disequazioni **algebriche** di primo e secondo grado o **riducibili ad esse**. Sistemi lineari.

**Commented [DR3]:** Senza aggiungere altro al syllabus, da valutare se rientrano in questa voce quesiti simili a quelli a p.1 del file "Esempi di quesiti" (tipologie presenti al momento con un solo quesito ciascuna)

**Commented [DR4]:** Dal QdR: "Risolvere equazioni e disequazioni in un'incognita, di I o II grado, o ad esse riducibili con semplici manipolazioni o sostituzioni."

### Geometria

*Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre comprendere e utilizzare descrizioni e rappresentazioni delle figure geometriche elementari e di loro semplici combinazioni, operare su queste opportune ragionate trasformazioni, decomposizioni e ricomposizioni. Per analizzare le proprietà di una certa configurazione geometrica è spesso utile usare diverse rappresentazioni ed entrambi i punti di vista sintetico e analitico, e mettere insieme le informazioni che si riescono a ottenere grazie ai diversi approcci. Utilissime per guidare la rappresentazione e il ragionamento sono la visualizzazione mentale degli oggetti geometrici e la capacità di immaginare, guardando una figura, anche tratti che non sono esplicitamente disegnati e che però la completano e consentono di comprenderne il significato.*

- Principali figure nel piano e nello spazio (segmenti, rette, piani, angoli, triangoli, quadrilateri, circonferenze, parallelepipedi, prismi, piramidi, cilindri, coni, sfere): proprietà che le caratterizzano e loro rappresentazioni grafiche.
- Teorema di Pitagora.
- Proprietà dei triangoli simili.
- Linguaggio elementare delle trasformazioni geometriche (simmetrie, rotazioni, traslazioni, similitudini). **Effetti di tali trasformazioni sulle figure geometriche.**
- Seno, coseno e tangente di un angolo, ottenuti come rapporti fra i lati di un triangolo rettangolo.
- Perimetro e area delle principali figure piane. Volume dei solidi elementari. Calcolo di area e volume per somma e differenza di figure.

**Commented [AP5]:** Dal QdR: "Riconoscere, determinare, descrivere e rappresentare gli effetti di isometrie e similitudini sulle figure geometriche."

- Coordinate cartesiane nel piano e descrizione di semplici sottoinsiemi del piano utilizzando le coordinate. Pendenza di un segmento ed equazione della retta. Equazioni di rette parallele e di rette perpendicolari a una retta data. Intersezione tra rette e rappresentazione delle soluzioni di un sistema di equazioni di primo grado.
- Distanza tra due punti ed equazione di una circonferenza di centro e raggio assegnati.

### Funzioni e grafici

Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre mettere in relazione tra di loro le informazioni che si ricavano da diverse rappresentazioni di una stessa funzione; ad esempio, grazie alle informazioni che si possono leggere sul grafico di una funzione  $f$ , determinare le soluzioni di una disequazione del tipo  $f(x) > 0$  oppure stabilire che il valore  $f(x)$  non si può esprimere con una formula di un certo tipo dato. Occorre avere presente come varia il comportamento e come si modifica il grafico delle funzioni di una certa famiglia al variare dei parametri che le definiscono. Per rispondere ai quesiti e per collegare tra loro le proprietà delle diverse famiglie di funzioni elementari è molto utile visualizzare rapidamente il grafico delle funzioni  $x \mapsto af(x)$ ,  $x \mapsto f(x - a)$ ,  $x \mapsto f(x) + g(x)$  a partire dal grafico delle funzioni  $x \mapsto f(x)$  e  $x \mapsto g(x)$ . Infine è importante usare il linguaggio delle funzioni per esprimere relazioni tra le grandezze che descrivono un fenomeno naturale e le loro variazioni, in diversi contesti.

- Linguaggio e notazioni per le funzioni. Grafico di una funzione. Composizione di funzioni. Esistenza e unicità delle soluzioni di equazioni del tipo  $f(x) = a$ , funzioni invertibili e funzione inversa.
- **Massimi e minimi relativi, intervalli di monotonìa di una funzione.**
- Proprietà caratteristiche, grafico e comportamento delle seguenti famiglie di funzioni di una variabile reale: *funzioni potenza e funzioni radice; funzioni polinomiali* di primo e secondo grado; funzioni del tipo  $x \mapsto 1/(ax+b)$  con  $a$  e  $b$  costanti assegnate; *funzione valore assoluto; funzioni esponenziali e funzioni logaritmo* in diverse basi; *funzione seno e funzione coseno*.
- **Definizione di logaritmo e proprietà algebriche elementari delle funzioni esponenziale e logaritmo basate sulle proprietà dell'elevamento a potenza.**
- Equazioni e disequazioni espresse mediante funzioni, ad esempio del tipo  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) > a$ .

**Commented [DR6]:** Dal QdR: "Riconoscere caratteristiche e proprietà di una funzione a partire da una rappresentazione del suo grafico nel piano cartesiano come, ad esempio, il dominio e l'immagine, immagini e controimmagini di particolari numeri reali, massimi e minimi relativi, intervalli di monotonìa."; quesiti che chiedono di determinare uno di questi aspetti dal grafico di una funzione, da valutare se accettabile anche un quesito del tipo a p.2 del file "Esempi di quesiti"

**Commented [DR7]:** Valutare se aggiungere, per includere anche quesiti (attualmente utilizzati) delle tipologie presenti a p.3 del file "Esempi di quesiti"

### Combinatoria e probabilità

Per contare gli elementi di un insieme occorre rappresentare in qualche modo opportuno gli elementi dell'insieme stesso e disporre di idonee strategie di elencazione sistematica e di conteggio. Il calcolo della probabilità di un evento viene richiesto soltanto nel caso di fenomeni aleatori per i quali gli eventi possibili sono in numero finito. In tale situazione occorre trovare un'opportuna rappresentazione dell'insieme degli eventi e in questa rappresentazione occorre trovare un'opportuna descrizione e decomposizione dell'evento che interessa in termini di eventi più semplici dei quali si conosce la probabilità.

- Rappresentazione e conteggio di insiemi finiti.
- Eventi disgiunti. Eventi indipendenti. Probabilità dell'evento unione di eventi disgiunti. Probabilità dell'evento intersezione di eventi indipendenti.
- Descrizione degli eventi in semplici situazioni paradigmatiche: lancio di una moneta, lancio di un dado, estrazione da un'urna. Diagrammi ad albero.
- Probabilità condizionata.

### Medie e variabilità

*Per rispondere ai quesiti che coinvolgono gli argomenti di questo nucleo occorre che in situazioni semplici uno studente sappia leggere e interpretare e mettere in relazione tra loro diverse rappresentazioni di un insieme di dati, che si riferiscono a caratteri di una determinata popolazione, individuandone alcuni tratti essenziali.*

- Variabili qualitative e quantitative (discrete e continue). Frequenza assoluta e relativa.
- Rappresentazioni di distribuzioni (tabelle, grafici a barre, diagrammi a torta, istogrammi, ...). Media e mediana.

#### **Comprendere e rappresentare**

- Comprendere testi che usano, anche contestualmente, linguaggi e rappresentazioni di diversi tipi.
- A seconda delle situazioni e degli obiettivi, utilizzare diverse rappresentazioni di uno stesso oggetto matematico.
- Comprendere e utilizzare notazioni elementari del linguaggio degli insiemi e termini quali: *elemento, appartiene, sottoinsieme, unione, intersezione*.

#### **Argomentare**

- In una certa situazione e date certe premesse, stabilire se un'affermazione è vera o falsa.
- Negare un'affermazione data.
- Comprendere e saper utilizzare termini e locuzioni quali: *per ogni, tutti, nessuno, alcuni, almeno uno, se... allora..., condizione necessaria, condizione sufficiente, condizione necessaria e sufficiente*.

#### **Modellizzare, risolvere problemi**

- Formulare in termini matematici una situazione o un problema.
- Risolvere un problema, adottando semplici strategie, combinando diverse conoscenze e abilità, facendo deduzioni logiche e semplici calcoli.